Problemas resueltos

1) Si $\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}$, calcula $\cos\alpha$ y $\tan\alpha$ utilizando a) la calculadora b) las relaciones fundamentales (< 90°).

Solución

a) $\text{sen}\alpha = \frac{3}{5}$ $\quad \alpha = \text{arcsen}\frac{3}{5} = 36'8698^o$ $\quad \cos 36'8698^o = 0'8$ $\quad \tan 36'8698^o = 0'75$

b) $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ $\quad \cos\alpha = \sqrt{1-\text{sen}^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} = 0'8$

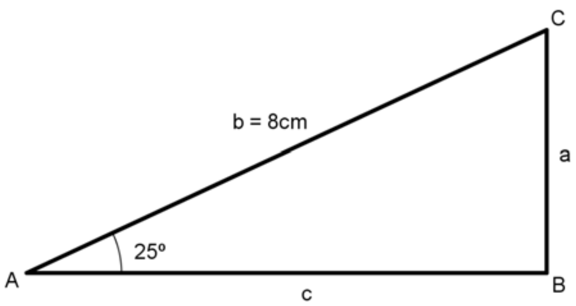
$$\tan\alpha = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{0'8} = \frac{0'6}{0'8} = 0'75$$

2) En un triángulo rectángulo se sabe que la hipotenusa mide 8 cm y que uno de sus ángulos es de 25º. Calcula los dos catetos y el ángulo que falta. Comprueba los resultados obtenidos midiendo directamente.

Solución

$\sin 25^o = \frac{a}{8} \quad \Rightarrow \quad a = 8\cdot\sin 25^o = 3'38\,\text{cm}$

$\cos 25^o = \frac{c}{8} \quad \Rightarrow \quad c = 8\cdot\cos 25^o = 7'25\,\text{cm}$

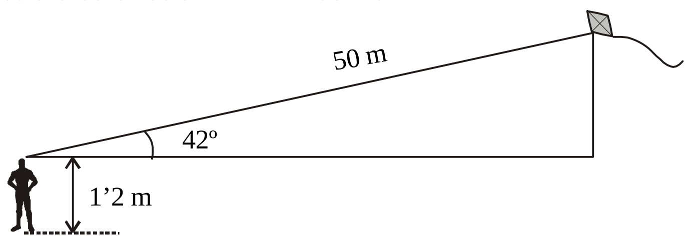


Otra manera de calcular "c" es por el T^a de Pitágoras:

$$b^2 = a^2 + c^2 \qquad 8^2 = 3'38^2 + c^2 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{8^2 - 3'38^2} = 7'25\,\text{cm}$$

El ángulo que falta es $\quad C = 180^o - 90^o - 25^o = 65^o$

3) ¿A qué altura del suelo se encuentra la cometa?



Solución

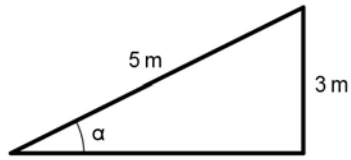
$\text{sen}42^o = \frac{x}{50} \qquad x = 50\cdot\text{sen}42^o = 33'45\,\text{m} \quad \Rightarrow \quad h = 33'45\,\text{m} + 1'2\,\text{m} = 34'65\,\text{m}$

4) **Un tobogán tiene una altura máxima de 3 m y una longitud de 5 m. ¿Cuál es su inclinación?**

<u>*Solución*</u>

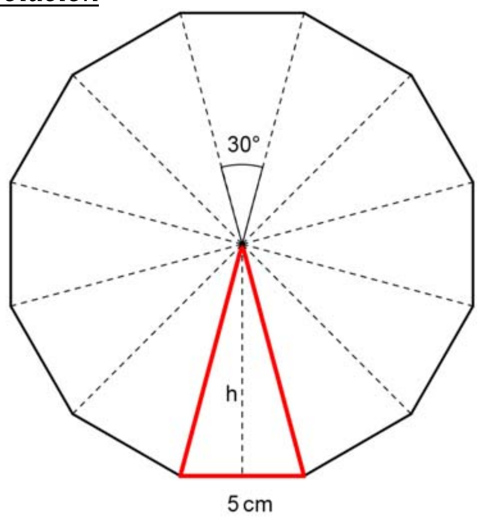
$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{3}{5}$$

$$\alpha = \operatorname{arcsen}\frac{3}{5} = 36'87^{\circ}$$

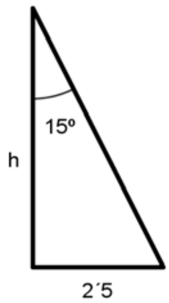


5) **Calcula el área de un dodecágono regular de 5 cm de lado.**

<u>*Solución*</u>



$$\frac{360^{\circ}}{12} = 30^{\circ} \qquad \tan 15^{\circ} = \frac{2'5}{h} \qquad h = \frac{2'5}{\tan 15^{\circ}} = 9'33\,\text{cm}$$



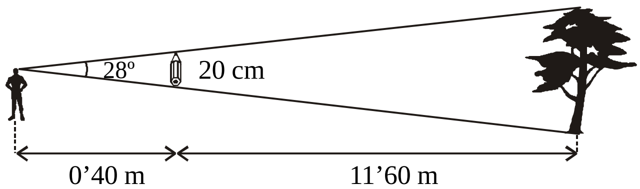
Área del triángulo isósceles:

$$A_T = \frac{5\,\text{cm}\cdot 9'33\,\text{cm}}{2} = 23'325\,\text{cm}^2$$

Área del Dodecágono:

$$A_D = 12\cdot A_T = 12\cdot 23'32 = 279'84\,\text{cm}^2$$

6) **Calcula la altura del árbol de la figura**



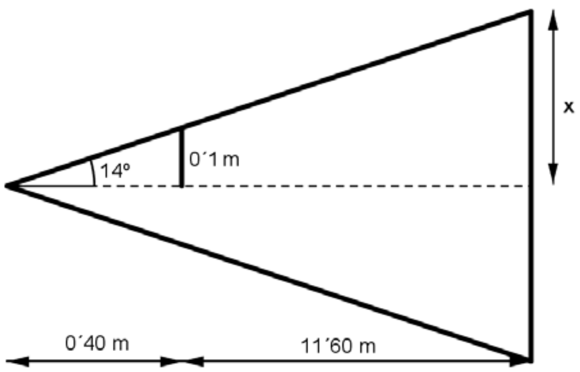
<u>*Solución*</u>

$$\tan 14^{\circ} = \frac{x}{11'60 + 0'40} = \frac{x}{12}$$

$$x = 12\cdot\tan 14^{\circ} = 2'991\,\text{m}$$

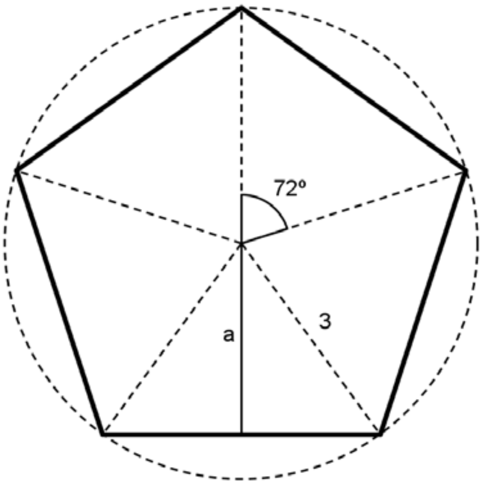
$$2x = 2\cdot 2'991 = 5'982\,\text{m}$$

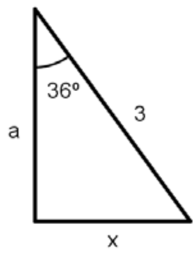
Observamos que el lápiz no es relevante para resolver el problema.



7) Un pentágono se inscribe en un círculo de radio 3 cm. Hallar su lado y su apotema.

Solución





$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\cos 36^\circ = \frac{a}{3} \quad \Rightarrow \quad a = 3 \cdot \cos 36^\circ = 2'427 \text{ cm}$$

$$\text{sen} 36^\circ = \frac{x}{3} \quad \Rightarrow \quad x = 3 \cdot \text{sen} 36^\circ = 1'763 \text{ cm}$$

El lado "x" también lo podemos calcular aplicando el Teorema de Pitágoras.

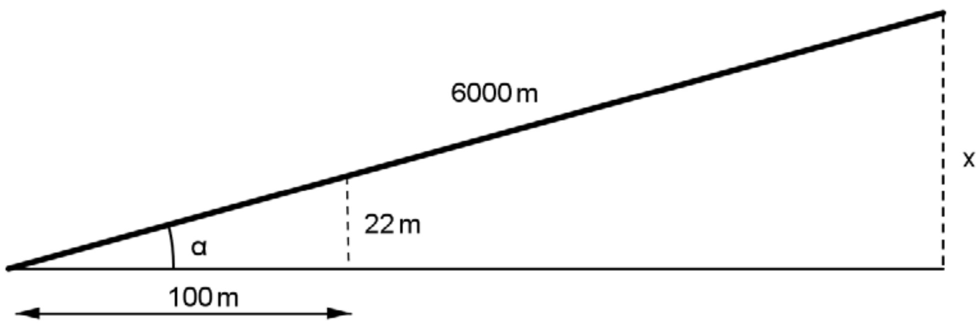
$$3^2 = a^2 + x^2 \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{3^2 - a^2} = \sqrt{9 - 2'427^2} = 1'763 \text{cm}$$

El lado del pentágono mide $2x = 2 \cdot 1'763 = 3'526 \text{cm}$

La apotema del pentágono mide $a = 2'427 \text{cm}$

8) Subimos con una bicicleta un puerto de montaña cuya ladera permite que el trazado de la carretera sea recto. Si la pendiente de la carretera es del 22% ¿a qué altura nos encontraremos cuando el cuentakilómetros marque 6 km?

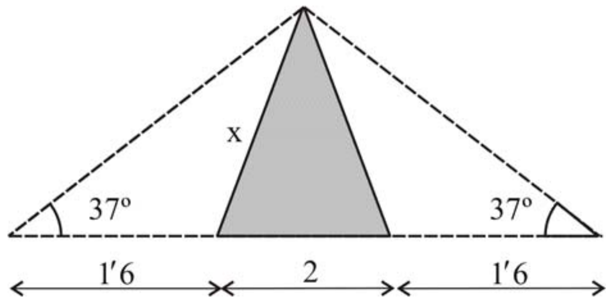
Solución



$$\tan \alpha = \frac{22}{100} = 0'22 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arctan 0'22 = \tan^{-1} 0'22 = 12'407^\circ$$

$$\text{sen} 12'407^\circ = \frac{x}{6000} \quad \Rightarrow \quad x = 6000 \cdot \text{sen} 12'407^\circ = 1289'12 \text{ m} = 1'289 \text{ km}$$

9) Hallar la longitud de los vientos que sujetan la tienda de campaña y la longitud del lado x.

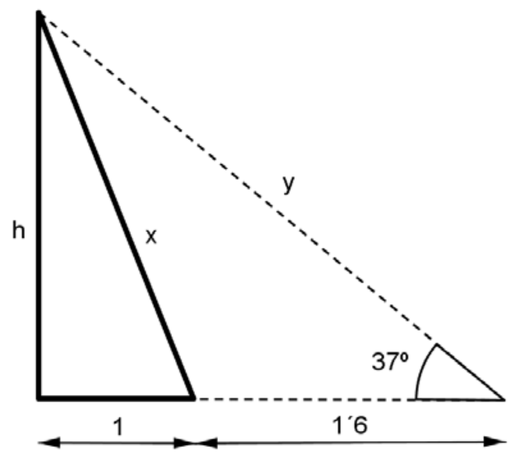


Solución

$$\tan 37^\circ = \frac{h}{1'6} \quad \Rightarrow \quad h = 1'6 \cdot \tan 37^\circ = 1'205\,\text{m}$$

$$x^2 = h^2 + 1^2 \quad \Rightarrow \quad x = \sqrt{1'205^2 + 1} = 1'565\,\text{m}$$

$$y^2 = h^2 + 2'6^2 \quad \Rightarrow \quad y = \sqrt{1'205^2 + 2'6^2} = 2'865\,\text{m}$$

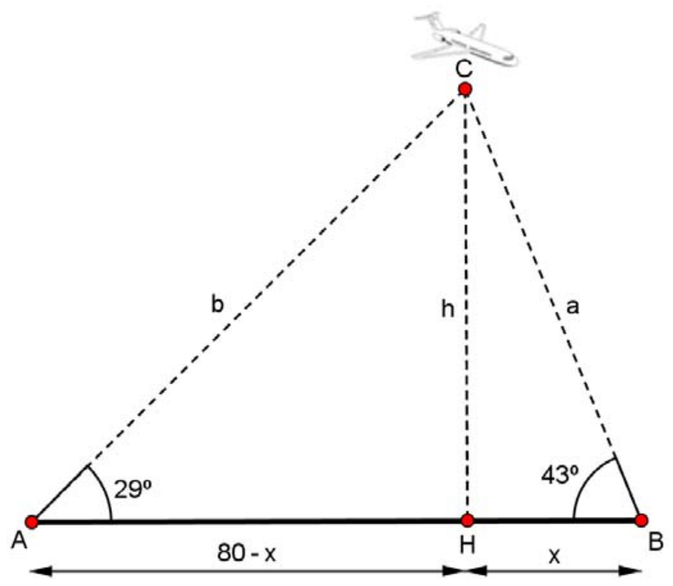


10) Desde dos ciudades A y B que distan 80 km. se observa un avión. Las visuales desde el avión a A y a B forman ángulos de 29º y 43º con la horizontal, respectivamente. ¿A qué altura está el avión? ¿A qué distancia se encuentra de cada ciudad?

Solución

El problema tiene dos posibles soluciones: a) que el avión se encuentre entre las dos ciudades y b) que las dos ciudades se encuentren a un mismo lado del avión.

a) Si el avión está situado entre las dos ciudades.



Tenemos dos triángulos rectángulos: el ACH y el BCH.

En el triángulo ACH se verifica:

$$\tan 29^o = \frac{h}{80-x} \quad \Rightarrow \quad h = \tan 29^o (80-x) = 0'554(80-x) = 44'32 - 0'554\,x$$

En el triángulo BCH se verifica:

$$\tan 43^o = \frac{h}{x} \quad \Rightarrow \quad h = \tan 43^o \cdot x = 0'932\,x$$

Igualando las dos expresiones tenemos una ecuación cuya incógnita es “x”.

$$44'32 - 0'554\,x = 0'932\,x \qquad\qquad 44'32 = 0'932\,x + 0'554\,x$$

$$44'32 = 1'486\,x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{44'32}{1'486} = 29'82\,\text{m}$$

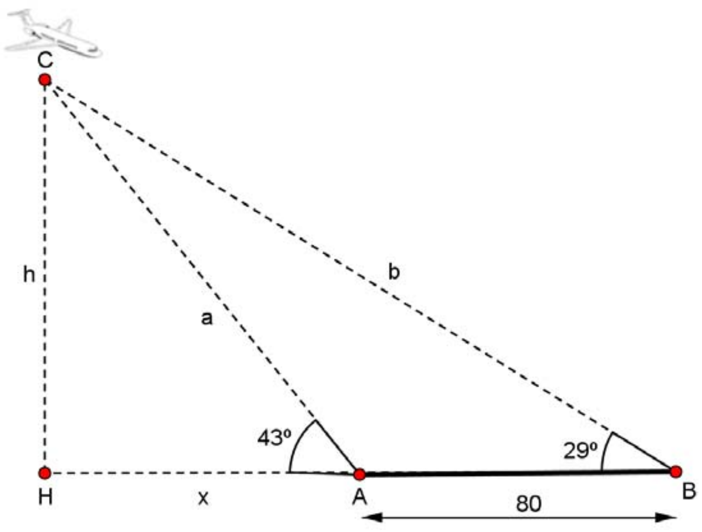
Sustituyendo este valor en la expresión de la altura obtenemos h.

$$h = 0'932 \cdot 29'82 = 27'792\,\text{m}$$

$$\text{sen}29^o = \frac{h}{b} = \frac{27'792}{b} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{27'792}{\text{sen}29^o} = \frac{27'792}{0'484} = 57'421\,\text{m}$$

$$\text{sen}43^o = \frac{h}{a} = \frac{27'792}{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{27'792}{\text{sen}43^o} = \frac{27'792}{0'681} = 40'81\,\text{m}$$

b) Si las dos ciudades se encuentran a un mismo lado del avión.



Tenemos dos triángulos rectángulos: el ACH y el BCH.

En el triángulo ACH se verifica:

$$\tan 43^o = \frac{h}{x} \quad \Rightarrow \quad h = \tan 43^o \cdot x = 0'932 \cdot x$$

En el triángulo BCH se verifica:

$$\tan 29^o = \frac{h}{80+x} \quad \Rightarrow \quad h = \tan 29^o (80+x) = 0'554 \cdot (80+x) = 44'32 + 0'554\,x$$

Igualando las dos expresiones tenemos una ecuación cuya incógnita es “x”.

$$0'932\,x = 44'32 + 0'554\,x \qquad 0'932\,x - 0'554\,x = 44'32$$

$$0'378\,x = 44'32 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{44'32}{0'378} = 117'248\,\text{m}$$

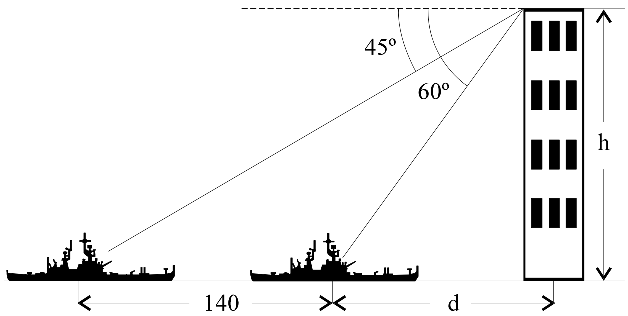
Sustituyendo este valor en la expresión de la altura obtenemos h.

$$h = 0'932 \cdot 117'248 = 109'275\,\text{m}$$

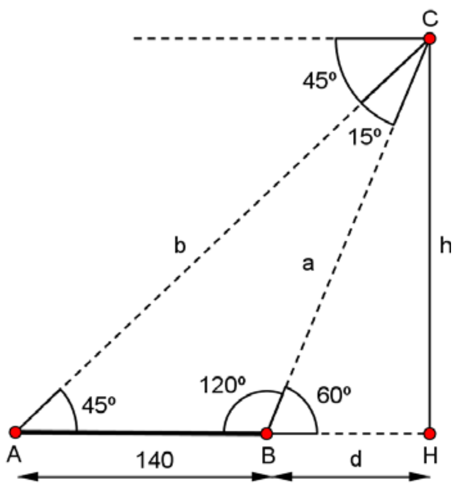
$$\text{sen}\,29^o = \frac{h}{b} = \frac{109'275}{b} \quad \Rightarrow \quad b = \frac{109'275}{\text{sen}\,29^o} = \frac{109'275}{0'484} = 225'77\,\text{m}$$

$$\text{sen}\,43^o = \frac{h}{a} = \frac{109'275}{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{109'275}{\text{sen}\,43^o} = \frac{109'275}{0'681} = 160'46\,\text{m}$$

11) El ángulo bajo el cual se ve un barco desde un rascacielos mide 45º. Cuando el barco ha recorrido 140 m dicho ángulo es de 60º. Calcula la altura del rascacielos sobre el nivel del mar y la distancia del barco a la vertical del rascacielos en el momento de la segunda observación.



Solución



En el triángulo rectángulo ACH se verifica:

$$\tan 45^o = \frac{h}{140+d}$$

$$h = \tan 45^o (140+d) = 140 + d$$

En el triángulo rectángulo BCH se verifica:

$$\tan 60^o = \frac{h}{d} \quad \Rightarrow \quad h = \tan 60^o \cdot d = 1'732\,d$$

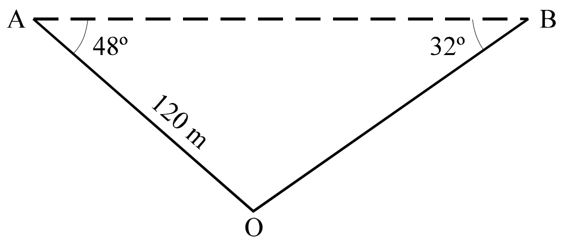
Igualando las dos expresiones:

$$140 + d = 1'732\,d \qquad 140 = 1'732\,d - d$$

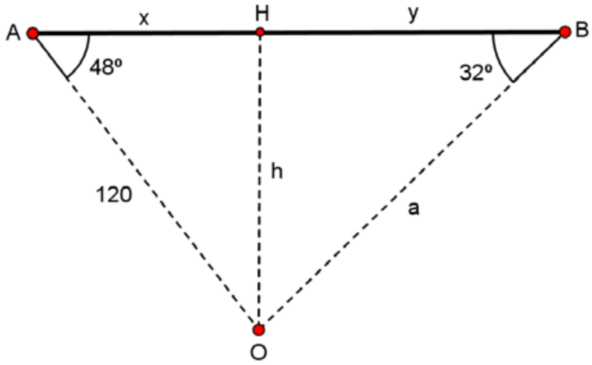
$$140 = 1'732\,d - d \qquad 0'732\,d = 140 \quad \Rightarrow \quad d = \frac{140}{0'732} = 191'25\,\text{m}$$

$$h = 140 + 191'25 = 331'25\,\text{m}$$

12) Calcula la longitud del puente que se quiere construir entre los puntos A y B, para lo cual se sabe que los ángulos ABO y OAB miden 32º y 48º respectivamente y que la distancia entre A y O, medida en línea recta es 120 m.



<u>*Solución*</u>



La longitud del puente es la suma de las longitudes x e y.

En el triángulo rectángulo AHO se verifica:

$$\operatorname{sen} 48^\circ = \frac{h}{120}$$

$$h = \operatorname{sen} 48^\circ \cdot 120 = 89'177\,\text{m}$$

En el triángulo rectángulo AHO se verifica:

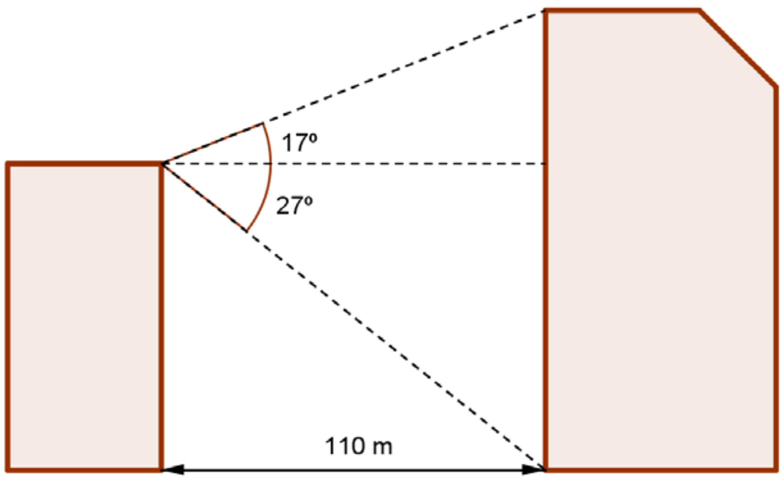
$$\tan 48^\circ = \frac{h}{x} = \frac{89'177}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{89'177}{\tan 48^\circ} = \frac{89'177}{1'11} = 80'34\,\text{m}$$

En el triángulo rectángulo BHO se verifica:

$$\tan 32^\circ = \frac{h}{y} = \frac{89'177}{y} \quad \Rightarrow \quad y = \frac{89'177}{\tan 32^\circ} = \frac{89'177}{0'624} = 142'91\,\text{m}$$

La longitud del puente es $x + y = 80'34 + 142'91 = 223'25\,\text{m}$

13) Calcular la altura de ambos edificios.



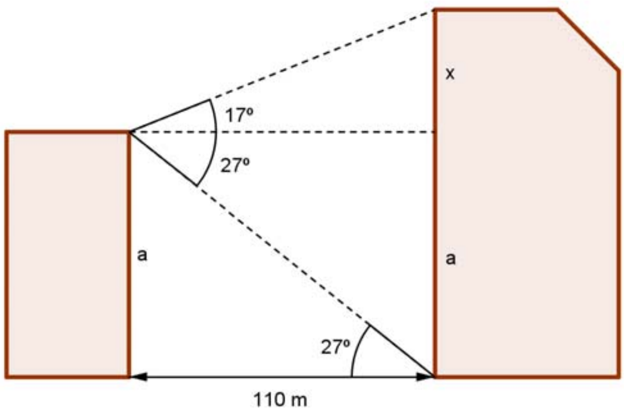
Solución

$$\tan 27^{o} = \frac{a}{110} \Rightarrow a = \tan 27^{o} \cdot 110 = 56'04\,m$$

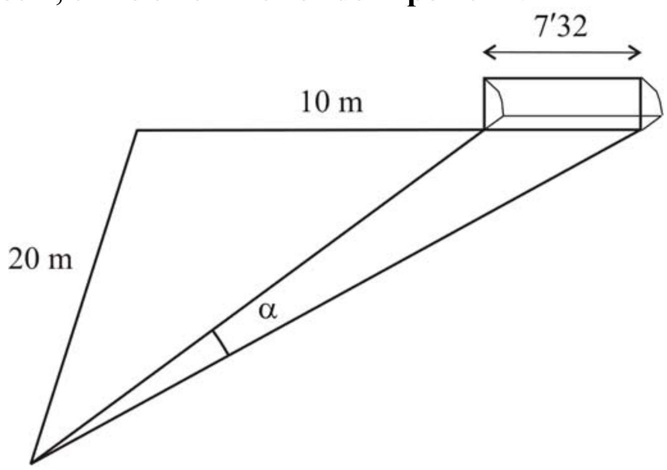
$$\tan 17^{o} = \frac{x}{110} \qquad x = \tan 17^{o} \cdot 110 = 33'63\,m$$

Las alturas de los edificios son $56'04\,m$ y

$$a + x = 56'04 + 33'63 = 89'67\,m$$



14) La figura adjunta representa una parte de un campo de fútbol. Si la distancia de la portería a la esquina del campo (corner) es de 10 m y desde esta esquina caminamos por la banda lateral del campo 20 m, calcula el valor que tiene que tener α para que al golpear al balón, en línea recta, entre en el interior de la portería.



Solución

$$\alpha = \theta - \beta$$

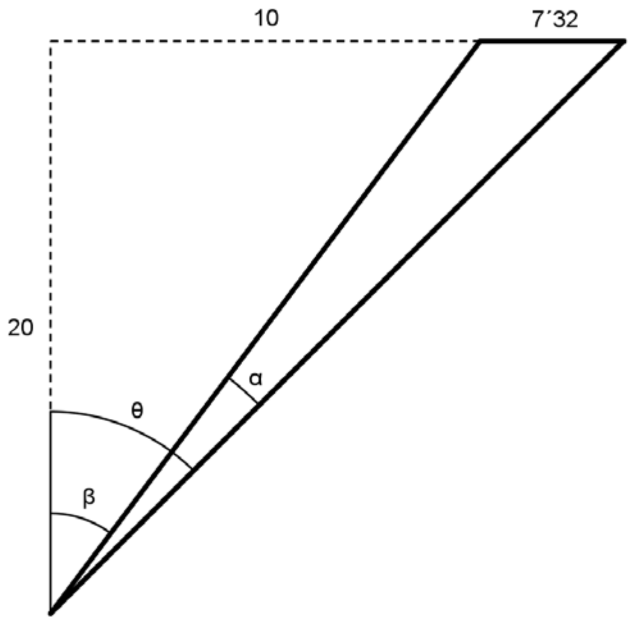
$$\tan \theta = \frac{10 + 7'32}{20} = \frac{17'32}{20} = 0'866$$

$$\theta = \arctan 0'866 = 40'892^{o}$$

$$\tan \beta = \frac{10}{20} = 0'5$$

$$\beta = \arctan 0'5 = 26'565^{o}$$

$$\alpha = \theta - \beta = 40'892^{o} - 26'565^{o} = 14'327^{o}$$

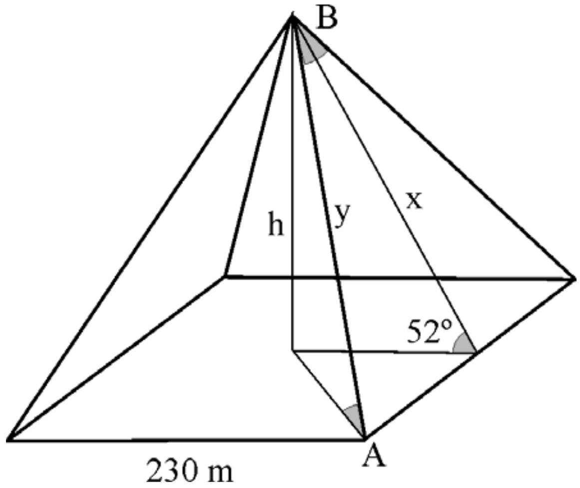


15) En la pirámide de Keops de base cuadrada, el lado de la base mide 230 m y el ángulo que forma una cara con la base es de 52º. Calcula:

a) La altura de la pirámide (h), la altura de la cara (x) y la arista (y).

b) Ángulo de la arista con la base (A) y ángulo de la cara en la cúspide de la pirámide (B).

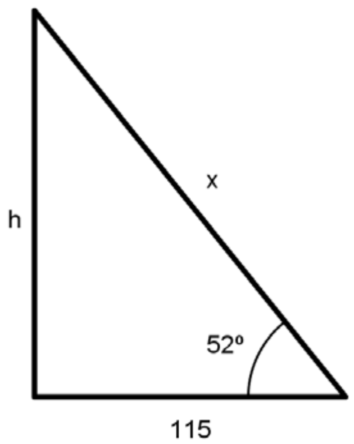
c) Área y volumen de la pirámide. (busca en el último tema de los apuntes llamado Miscelánea las fórmulas de la pirámide)



Solución

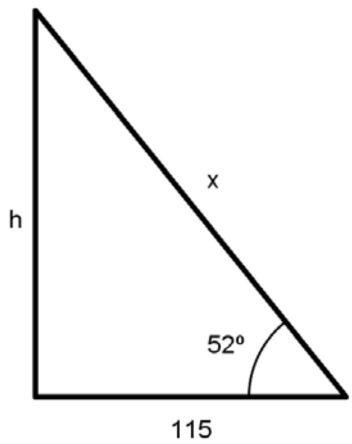
a) Calculamos primero la diagonal del cuadrado que forma la base de la pirámide.

$$d^2 = 230^2 + 230^2 = 105800 \quad \Rightarrow \quad d = \sqrt{105800} = 325'27\,\text{m} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{2} = \frac{325'27}{2} = 162'635\,\text{m}$$



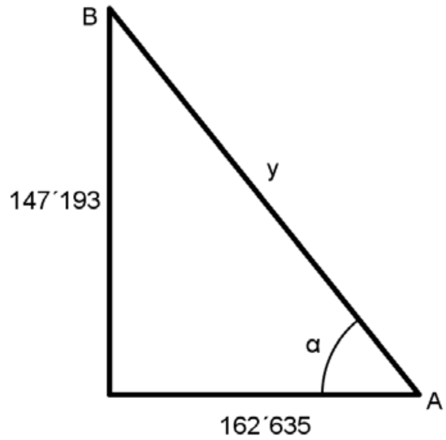
$$\tan 52^\circ = \frac{h}{115}$$

$$h = \tan 52^\circ \cdot 115 = 147'193\,\text{m}$$



$$\cos 52^\circ = \frac{115}{x}$$

$$x = \frac{115}{\cos 52^\circ} = 186'79\,\text{m}$$



$$y^2 = 147'193^2 + 162'635^2$$

$$y = 219'353\,\text{m}$$

b) El ángulo que forma la arista de la pirámide con la base es:

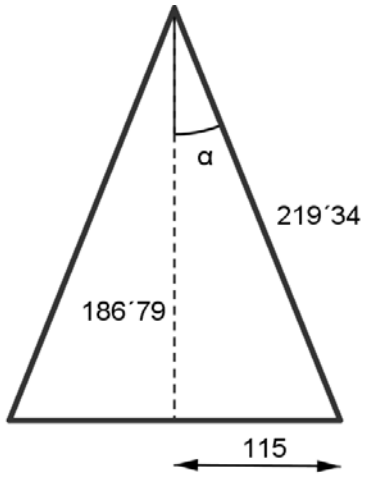
$$\tan\alpha = \frac{147'193}{162'635} = 0'905 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arctan 0'905 = 42'147^\circ$$

El ángulo de la cara en la cúspide de la pirámide es:

$$\tan\alpha = \frac{115}{186'79} = 0'6156$$

$$\alpha = \arctan 0'6156 = 31'6191^{\text{o}}$$

$$2\alpha = 63'2382^{\text{o}}$$

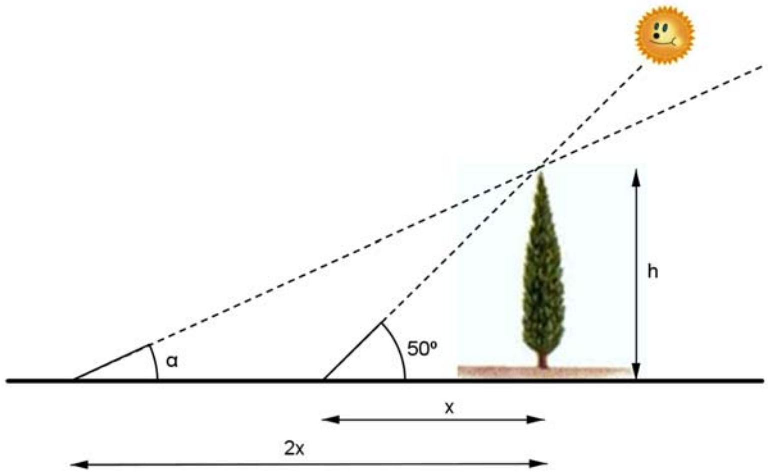


c) $A = \text{Área de la base} + 4\ \text{Área del triángulo que forman las caras}$

$$A = 230^2 + 4\cdot\frac{230\cdot x}{2} = 230^2 + 4\cdot\frac{230\cdot 186'79}{2} = 138823'4\,\text{m}^2$$

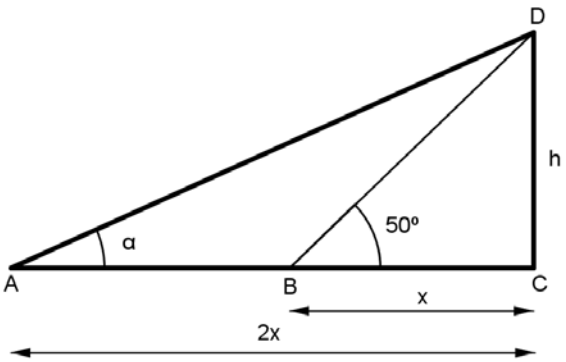
$$V = \frac{1}{3}\cdot\text{Área de base}\times\text{Altura} = \frac{1}{3}\cdot 230^2\cdot 147'19 = 17682'39667\,\text{m}^3$$

16) Un árbol tiene determinada sombra cuando el sol se observa bajo un ángulo de elevación de 50º. ¿Bajo qué ángulo proyectará una sombra el doble que la anterior?



Solución

Como se observa en el dibujo adjunto, hay 2 triángulos rectángulos, el ADC y el BDC.



En ADC se verifica:

$$\tan\alpha = \frac{h}{2x} \quad\Rightarrow\quad h = 2x\tan\alpha$$

En ADC se verifica:

$$\tan 50^{\text{o}} = \frac{h}{x} \quad\Rightarrow\quad h = x\tan 50^{\text{o}} = 1'191\,x$$

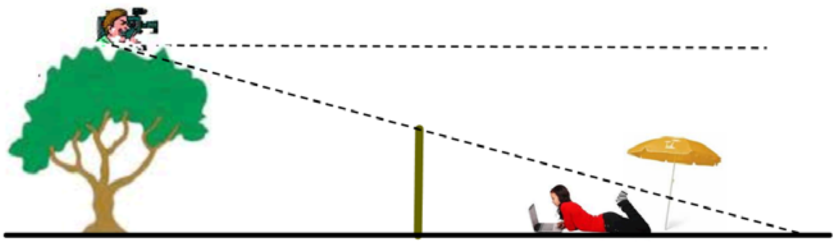
Igualando las dos expresiones:

$$2x\tan\alpha = 1'191x \qquad \tan\alpha = \frac{1'191\cancel{x}}{2\cancel{x}} = \frac{1'191}{2} = 0'595 \qquad \alpha = \arctan 0'595 = 30'752^{o}$$

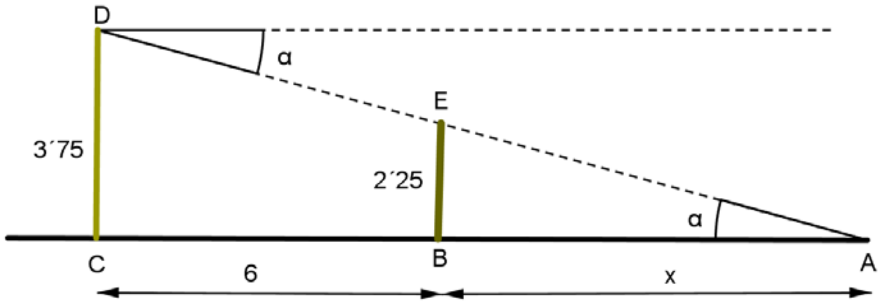
17) Un paparazzi pretende fotografiar a una actriz que se encuentra trabajando en el jardín de su casa, y para ello se sube a un árbol de 3'75 m de altura. Si la distancia desde el árbol a la tapia del jardín es de 6 m y la altura de la tapia es de 2'25 m calcular:

a) Bajo qué ángulo observará la propiedad del actor?

b) ¿Cuál es la máxima separación del muro a la que podrá tumbarse la actriz si no desea ver turbada su intimidad?



<u>*Solución*</u>



a) Como se observa en el dibujo hay dos triángulos rectángulos, el ABE y el ACD.

En el triángulo ABE se verifica: $\tan\alpha = \frac{2'25}{x}$

En el triángulo ACD se verifica: $\tan\alpha = \frac{3'75}{6+x}$

Igualando los segundos miembros de las dos expresiones calculamos el valor de "x".

$$\frac{2'25}{x} = \frac{3'75}{6+x} \qquad 2'25(6+x) = 3'75x \qquad 13'5 + 2'25x = 3'75x$$

$$13'5 = 1'5x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{13'5}{1'5} = 9\,\text{m}$$

$$\tan\alpha = \frac{2'25}{9} = 0'25 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arctan 0'25 = 14'036^{o}$$

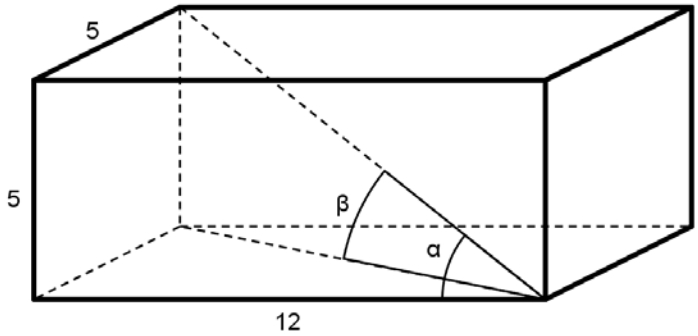
El ángulo bajo el que el paparazzi observa la propiedad de la actriz es de $14'036^{o}$

b) La máxima distancia del muro a la que puede tumbarse la actriz sin ser vista por el paparazzi es de 9 m.

18)

a) Hallar el valor del ángulo α que forma la arista de la base con la diagonal del paralelepído.

b) Hallar el valor del ángulo β que forma la diagonal del paralelepí-do con la diagonal de la base.

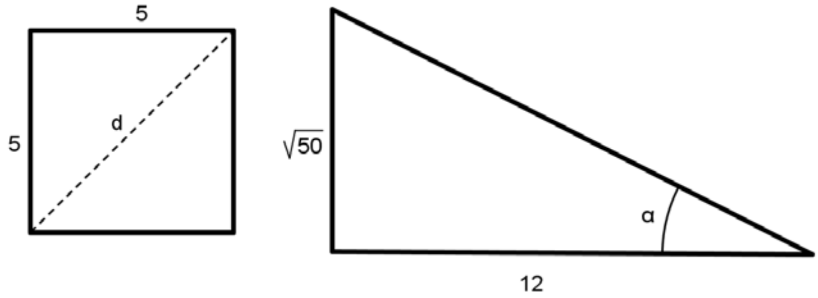


Solución

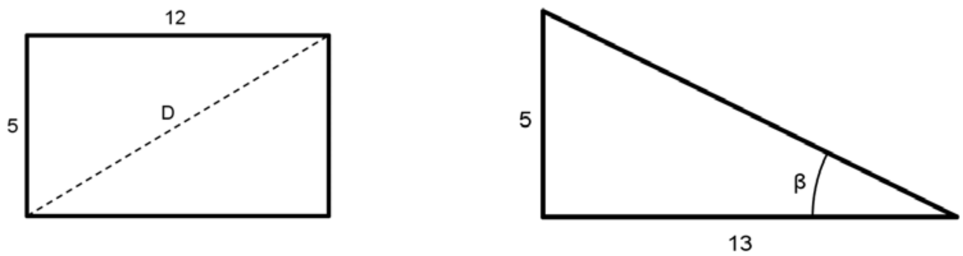
a) $d^2 = 5^2 + 5^2 \qquad d = \sqrt{50}$

$$\tan\alpha = \frac{d}{12} = \frac{\sqrt{50}}{12}$$

$$\alpha = \arctan\frac{\sqrt{50}}{12} = 30'498^{\circ}$$

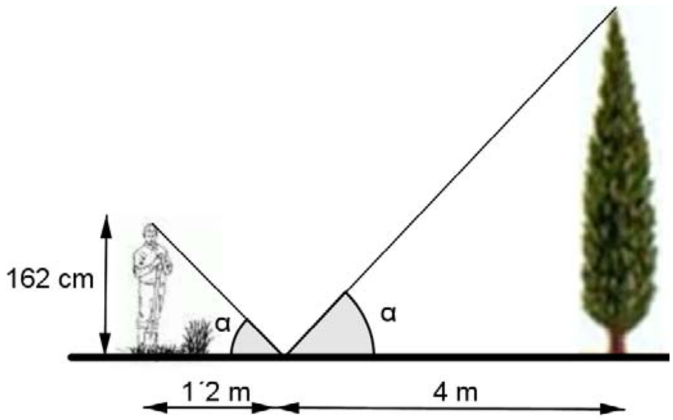


b)



$$D^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \quad \Rightarrow \quad D = 13 \qquad \tan\beta = \frac{D}{13} = \frac{5}{13} \quad \Rightarrow \quad \beta = \arctan\frac{5}{13} = 21'03^{\circ}$$

19) Para calcular la altura de un árbol, Eduardo ve la copa reflejada en un charco y toma las medidas que indica el dibujo. ¿Cuál es la altura del árbol?



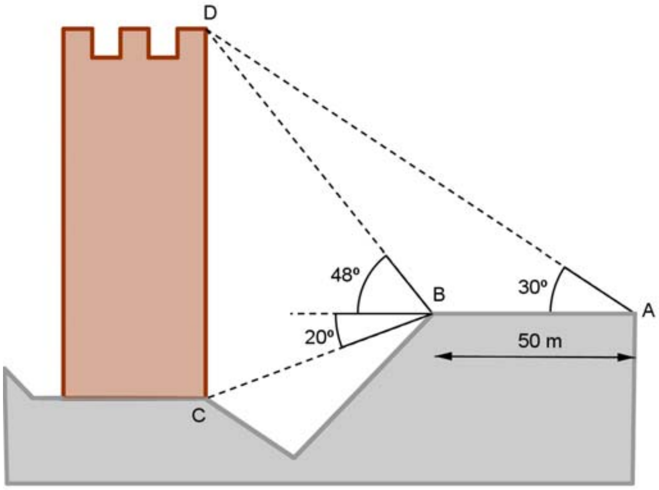
Solución

Según las leyes de la óptica geométrica se verifica que, el rayo de luz que incide en una superficie, el rayo reflejado y la normal a la superficie están todos en un mismo plano y además se verifica que el ángulo de incidencia y el de reflexión son iguales.

$$\tan\alpha = \frac{1'62}{1'2} = 1'35 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arctan 1'35 = 53'4711^{o}$$

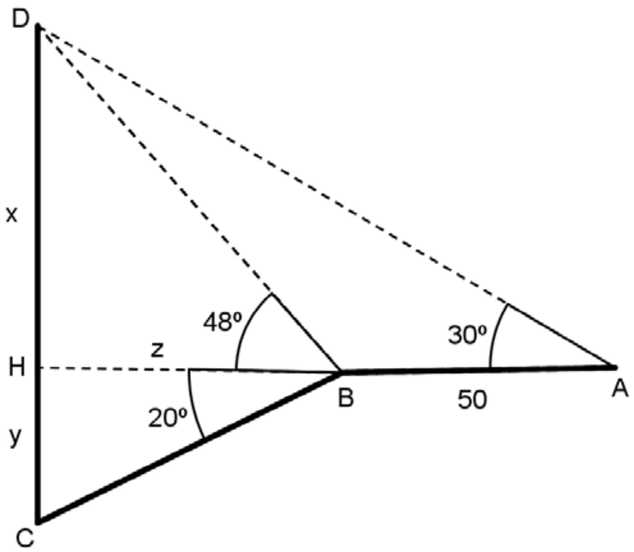
$$\tan 53'4711^{o} = \frac{h}{4} \quad \Rightarrow \quad h = 4 \cdot \tan 53'4711^{o} = 5'4\,\text{m}$$

20) Halla la altura CD de la torre de pie inaccesible y más bajo que el punto de observación, con los datos de la figura.



Solución

Como se observa en el dibujo hay 3 triángulos rectángulos: ADH, BDH y BHC. La altura de la torre será la suma de las distancias $\overline{DH} + \overline{HC} = x + y$.



En el triángulo BDH se verifica:

$$\tan 48^{o} = \frac{x}{z} \quad \Rightarrow \quad x = z \cdot \tan 48^{o}$$

En el triángulo ADH se verifica:

$$\tan 30^{o} = \frac{x}{50+z} \quad \Rightarrow \quad x = (50+z)\tan 30^{o}$$

Igualando las expresiones resultantes:

$$z \cdot \tan 48^{o} = (50+z)\tan 30^{o} \qquad 1'11z = 50\tan 30^{o} + z\tan 30^{o} \qquad 1'11z = 28'86 + 0'577z$$

$$1'11z - 0'577z = 28'86 \qquad 0'533z = 28'86 \quad \Rightarrow \quad z = \frac{28'86}{0'533} = 54'146\,\text{m}$$

$$x = z \cdot \tan 48^{o} = 54'146 \cdot \tan 48^{o} = 60'135\,\text{m}$$

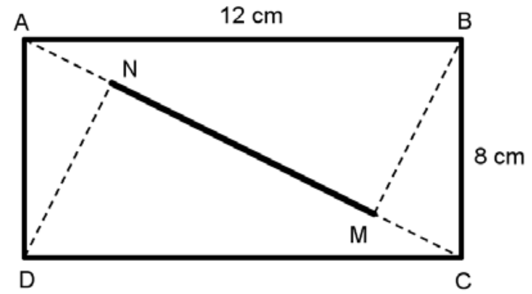
En el triángulo BHC se verifica:

$$\tan 20^\circ = \frac{y}{z} = \frac{y}{54'146} \quad \Rightarrow \quad y = 54'146 \cdot \tan 20^\circ = 19'70\,m$$

La altura de la torre es $x + y = 60'135 + 19'70 = 79'835\,m$

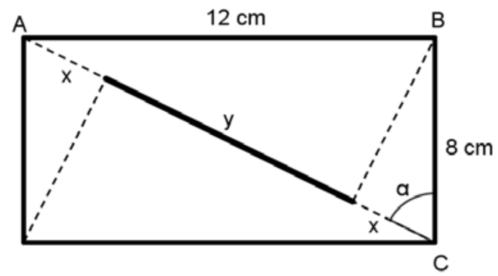
21)

En un rectángulo ABCD de lados 8 y 12 cm se traza desde B una perpendicular a la diagonal AC, y desde D, otra perpendicular a la misma diagonal. Hallar la longitud del segmento de diagonal que determinan las dos perpendiculares.



Solución

Calculamos la diagonal del rectángulo aplicando el teorema de Pitágoras.



$$\overline{AC}^2 = 12^2 + 8^2 = 208 \qquad \overline{AC} = 14'422$$

$$\overline{AC} = 2x + y = 14'422$$

En el triángulo rectángulo ABC se verifica: $\tan\alpha = \frac{12}{8} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arctan\frac{12}{8} = 56'31^\circ$

En el triángulo rectángulo BCM se verifica:

$$\cos\alpha = \frac{x}{8} \qquad \cos 56'31^\circ = \frac{x}{8} \quad \Rightarrow \quad x = 8 \cdot \cos 56'31^\circ = 4'437\,cm$$

$$2x + y = 14'422 \qquad 2 \cdot 4'437 + y = 14'422 \qquad y = 14'422 - 2 \cdot 4'437 = 5'548\,cm$$

22) Un poste de 6 m de altura es alcanzado por un rayo partiéndolo a una altura "h" del suelo. La parte superior se desploma quedando unida a la parte inferior formando un ángulo de 60º con ella. ¿Cuánto mide la parte rota más larga del poste? Redondea a un decimal la respuesta.

Solución

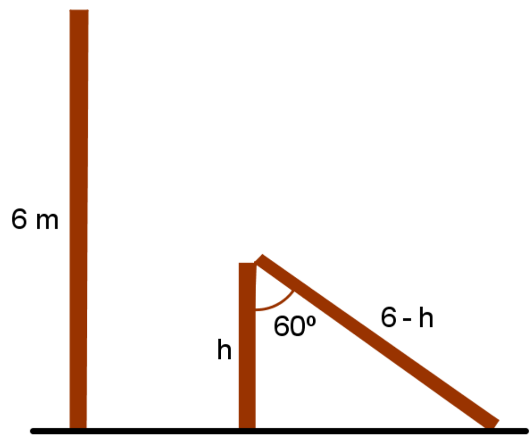
$$\cos 60^\circ = \frac{h}{6-h} \qquad h = \cos 60^\circ (6 - h)$$

$$h = 6 \cdot \cos 60^\circ - h \cdot \cos 60^\circ$$

$$h + h \cdot \cos 60^\circ = 6 \cdot \cos 60^\circ$$

$$h + 0'5h = 3 \qquad 1'5h = 3$$

$$h = \frac{3}{1'5} = 2\,m$$



El trozo que se ha partido mide $6 - 2 = 4\,m$

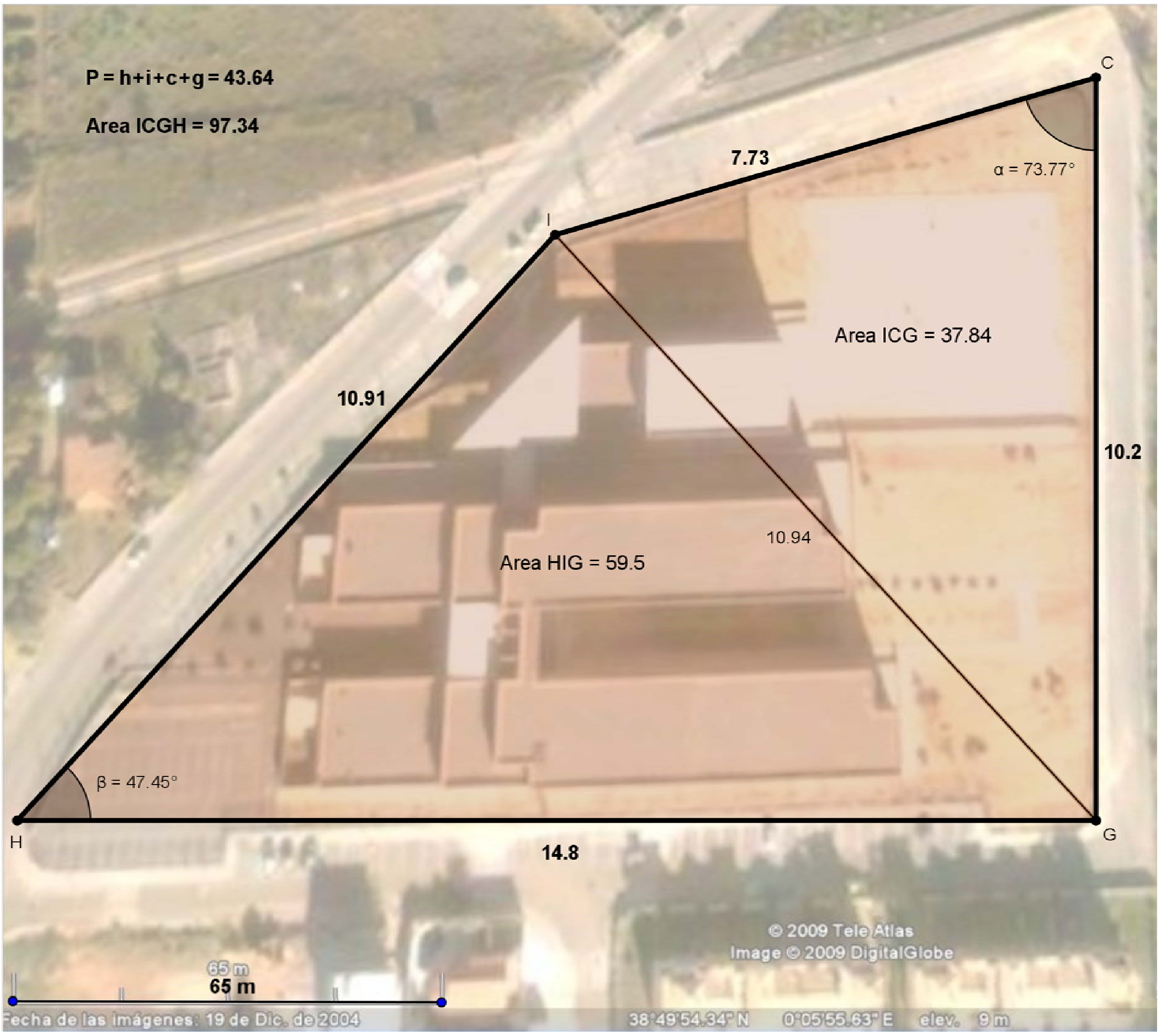
23) **A 257 m de altura, el satélite nos envía esta imagen del I.E.S. Historiador Chabás recogida en Google Maps (la referencia a la escala se encuentra en la parte inferior izquierda de la imagen). Con una regla hemos medido los lados del cuadrilátero que forman el perímetro del instituto y con el semicírculo graduado hemos medido los ángulos. Finalmente utilizando las razones trigonométricas hemos calculado las áreas de los dos triángulos.**

Calcula:

a) La escala a la que está hecha la fotografía.

b) El Perímetro y el Área real del instituto.

c) Busca en Internet la superficie real del IES Chabás y compárala con el resultado que has obtenido.



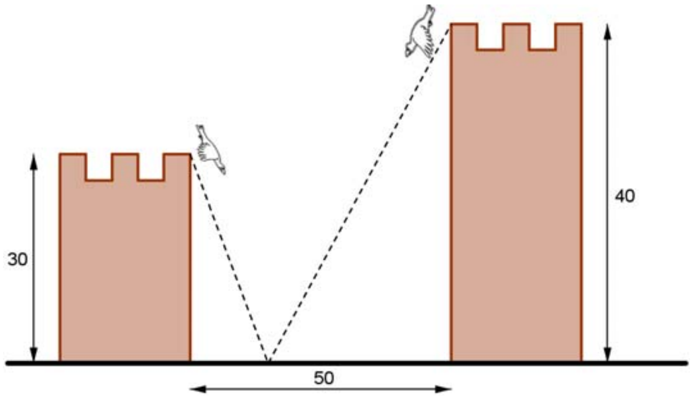
Problemas propuestos

1) **Dos edificios distan entre sí 150 metros. Desde un punto que está entre los dos edificios, vemos que las visuales a los puntos más altos de estos forman con la horizontal ángulos de 35° y 20°. ¿Cuál es la altura de los edificios, si sabemos que los dos miden lo mismo?**

2) **Calcula el área de un rombo cuyo lado mide 6 cm. y uno de sus ángulos 150°.**

3) **Una estatua de 2,5 m está colocada sobre un pedestal. Desde un punto del suelo se ve el pedestal bajo un ángulo de 15º y la estatua bajo un ángulo de 40º. Calcula la altura del pedestal.**

4) **Dos torres, una de 30 pasos y otra de 40 pasos están separadas 50 pasos. Entre las dos torres se encuentra una fuente hacia la que descienden dos pájaros que están en las almenas de las torres. Yendo a igual velocidad llegan al mismo tiempo. ¿A qué distancia de las torres se encuentra la fuente?**



5) **Dibuja un triángulo rectángulo cualquiera y construye sobre sus lados un polígono regular cualquiera. ¿Se verifica el teorema de Pitágoras? Demuéstralo con un ejemplo y haz los cálculos.**

6) **Desde una llanura hay que levantar la vista 20º para dirigirla hacia la bandera en lo alto de la torre de un castillo. Si avanzamos en línea recta 200 m, tenemos que levantar la vista 30º. ¿A qué altura está la bandera?**

7) **Desde un chiringuito en una playa se observa un barco en altamar y un faro en la costa bajo un ángulo de 60º. El faro está a 500 m. del chiringuito y también se observa desde allí el barco. El ángulo bajo el cuál se observan el barco y el chiringuito es de 40º. ¿A qué distancia está el barco del faro?**

8) **Se desean construir unas gradas para una piscina olímpica. Las gradas deben estar inclinadas 45º y tener una longitud (desde la primera fila hasta la última, allá en lo alto) de 50 m. Como no hay terreno suficiente se ha pensado en colocar las últimas vigas (las que soportarán la última fila) inclinadas "hacia dentro" en vez de verticales, pero vigas de las características adecuadas para tan especial disposición sólo las hay de 55 m.**
a) ¿A qué altura quedará la última fila?
b) ¿Cuánto se "mete hacia dentro" el pie de la última viga?
c) ¿Qué inclinación respecto a la vertical tendrá esa viga?

9) **Un globo está sujeto al suelo mediante un cable de 100 m de longitud. El viento es tan intenso que el cable, tenso, se desvía 15º de la vertical. Desde un punto algo alejado del de sujeción hay que levantar la vista 60º desde la horizontal para dirigir la mirada al globo.**

a) ¿Qué distancia hay en vertical del globo al suelo?
b) ¿Qué distancia hay desde el punto algo alejado hasta el globo?
c) ¿Qué distancia hay entre el punto anterior y el de sujeción?

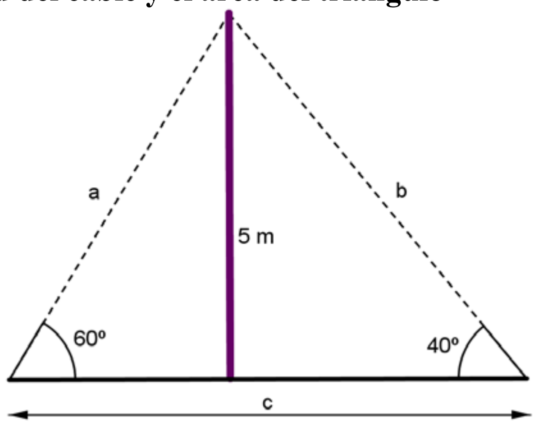
10) Las tangentes a una circunferencia de centro *O*, trazadas desde un punto exterior *P*, forman un ángulo de 50°. Halla la distancia *PO* sabiendo que el radio de la circunferencia es 12,4 cm.

11) En una ruta de montaña una señal indica una altitud de 785 m. Tres kilómetros más adelante (suponemos que la carretera es recta), la altitud es de 1065 m. Halla la pendiente media de esa ruta y el ángulo que forma con la horizontal.

12) Desde la orilla de un río, observamos la copa de un árbol situado en la otra orilla, bajo un ángulo de 60º. Si nos retiramos 10 m. de la orilla, el ángulo de observación es de 45º. Calcular la altura del árbol y la anchura del río.

13) Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12 cm y 8 cm. ¿Cuánto mide el lado del rombo?

14) Un mástil de 5 m se ha sujetado al suelo con un cable como muestra la figura. Halla el valor de “c”, la longitud del cable y el área del triángulo



15) En un triángulo rectángulo uno de los catetos mide el doble que el otro.
a) Llama *x* al cateto menor y expresa en función de *x* el otro cateto y la hipotenusa.
b) Halla las razones trigonométricas del ángulo menor.
c) ¿Cuánto miden los ángulos de ese triángulo?

16) Para calcular la altura de un castillo hemos medido los ángulos que se indican en la figura. Sabemos que hay un funicular para ir de A a B cuya longitud es de 250 m. Halla la altura del castillo.